

# 流体力学シミュレーションの実用例 I: 原始惑星系円盤の非理想MHDシミュレーション

森昇志 (東北大学)

# 自己紹介

- 森昇志（もりしょうじ）

- 2007 – 2009 埼玉県立熊谷高校
- 2010 – 2013 東工大 地球惑星科学科
- 2014 – 2015 東工大 地球惑星科学科 井田研
- 2016 名大 素粒子宇宙物理学専攻 TA研 (受託学生)
- 2017 – 2019 東工大 地球惑星科学系 奥住研
- 2020 – 2021 東大 天文学専攻 相川研
- 2022 – 東北大 天文学専攻 天体理論グループ



- 研究の興味：

「どのようにして惑星が誕生したか？」

- 原始惑星系円盤の磁気流体力学シミュレーションをしている人
  - ほかに若い天体の模擬観測とかも

# 今回の内容

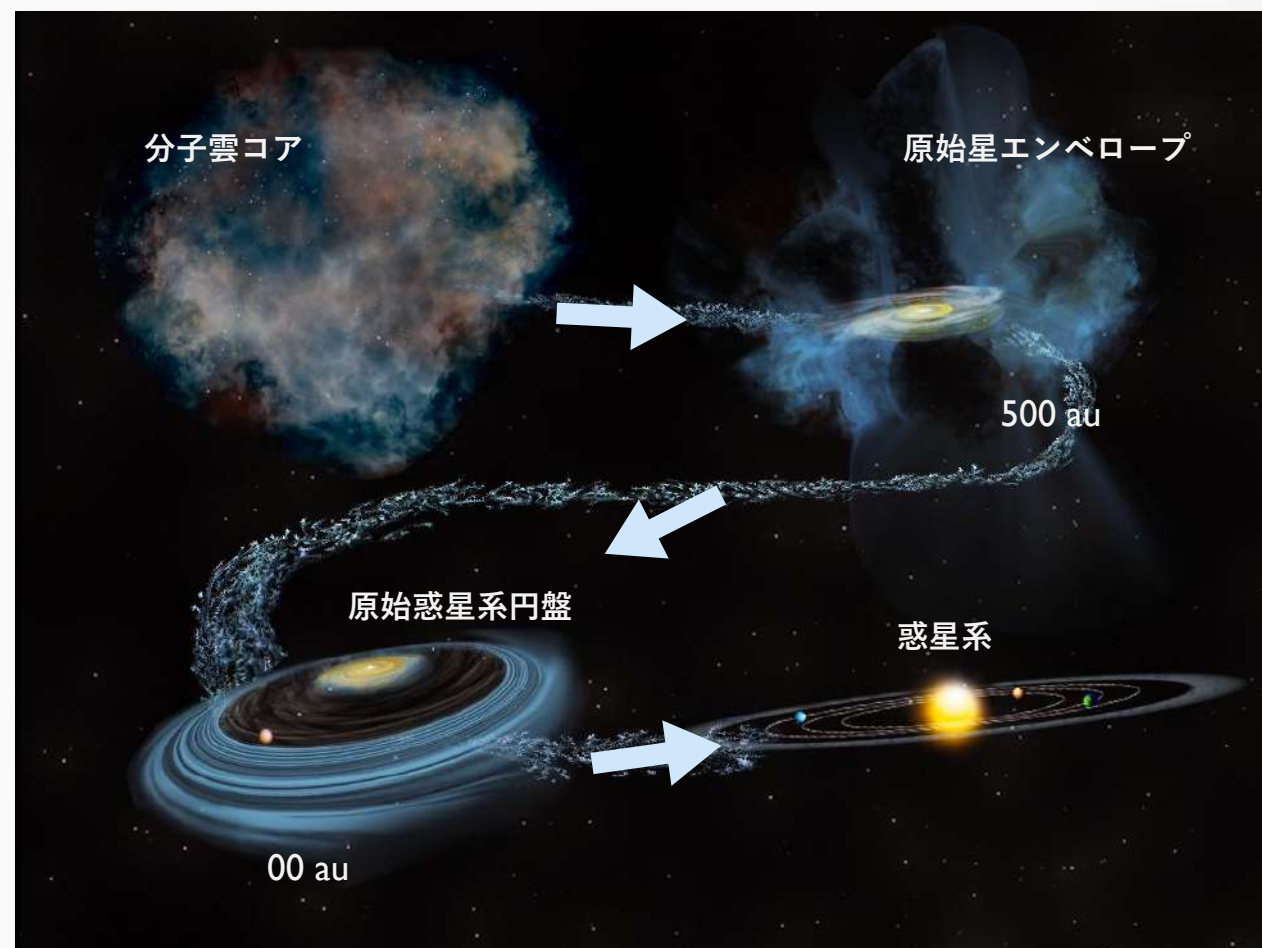
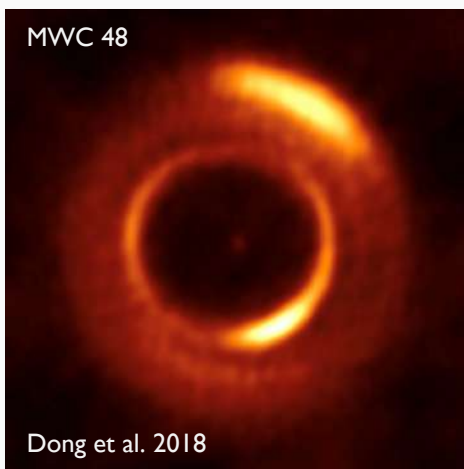
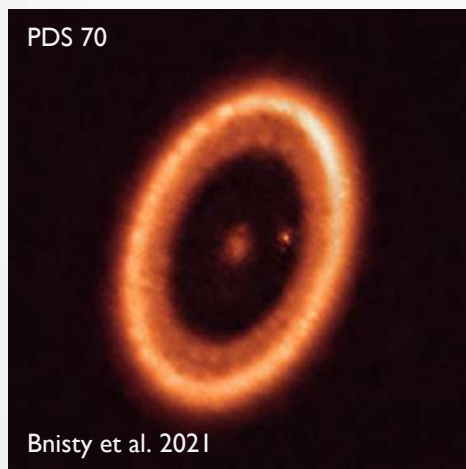
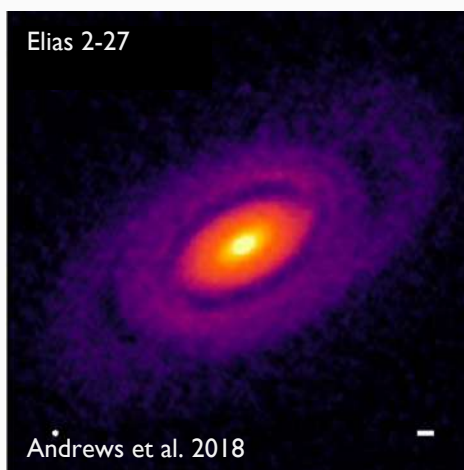
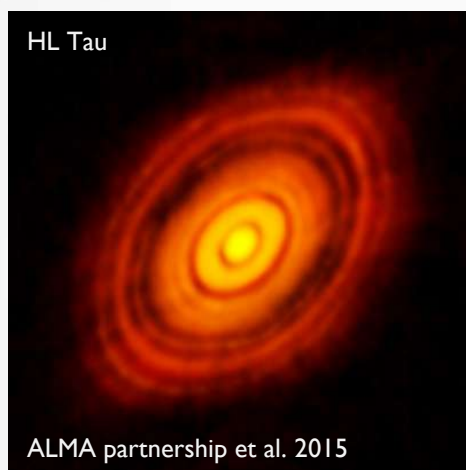
---

- 導入：なぜ原始惑星系円盤のMHDシミュレーションをするのか
- 研究例
  - その1：非線形オーム則を用いたMHDシミュレーション
    - どうやってモデル化・実装したか
  - その2：3つの非理想MHD効果を考慮したMHDシミュレーション
    - 電離度とMHDの進化を同時に解くには
  - その3：athena++による大局的非理想MHDシミュレーション
- まとめ

**導入：なぜ原始惑星系円盤のMHD計算をするのか**

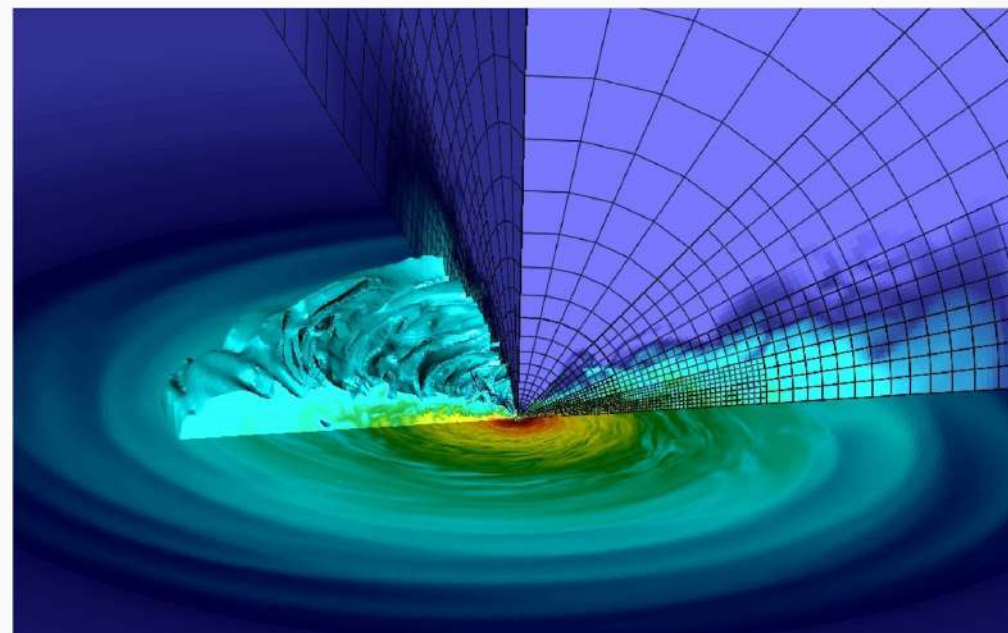
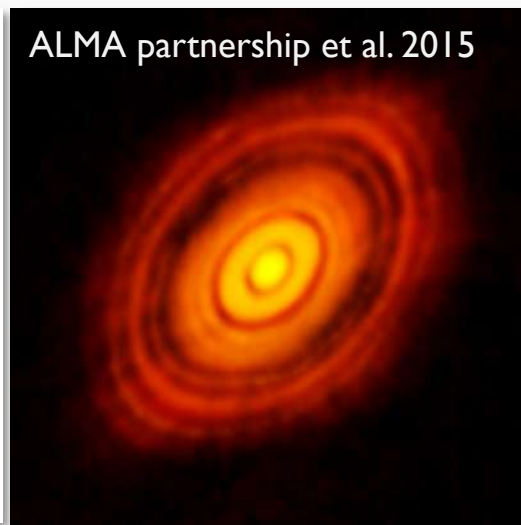
# 原始惑星系円盤

- 若い星のまわりにできるガスと”塵”からなる円盤
  - 惑星が誕生する場所
- 原始惑星系円盤の物理構造を理解することが惑星形成の解明に不可欠



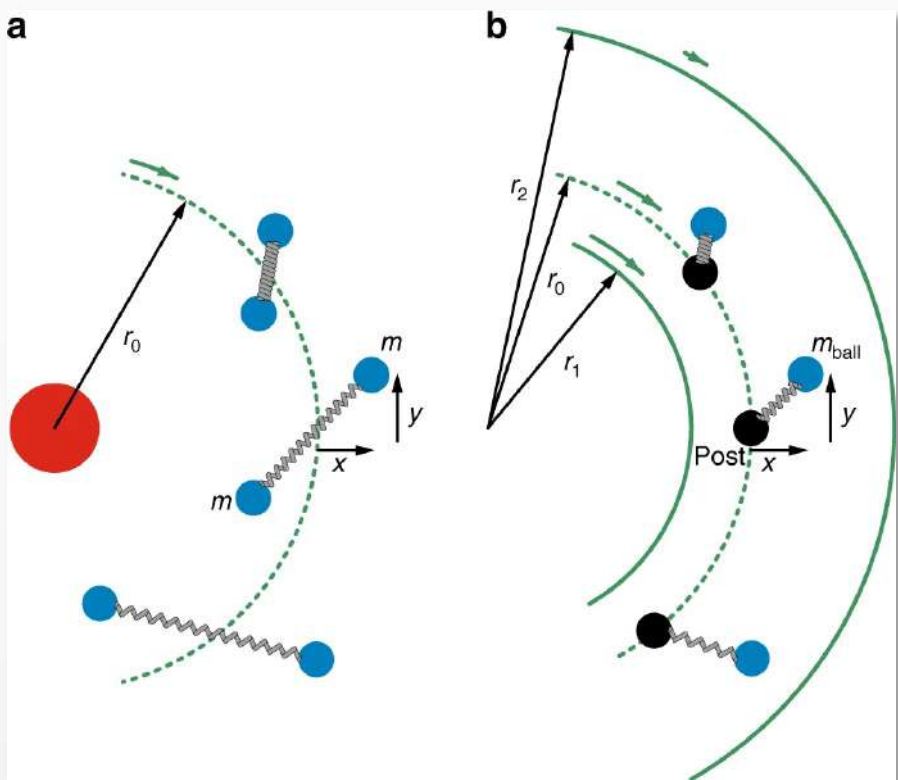
# 原始惑星系円盤の研究

- 40年以上様々な研究がなされているが、未だに分からない部分がたくさんある
- **なんでそんな謎なのか**
  - 構造を(ある程度)分解して観測できるようになってきたのが”ごく最近”
  - 様々な物理・化学過程が互いに相互作用する上に、時間・空間的に広い範囲の現象
- 理論的に円盤の物理構造を予測して、惑星形成過程を研究する  
→ 円盤の物理を考慮した(磁気)流体力学シミュレーション

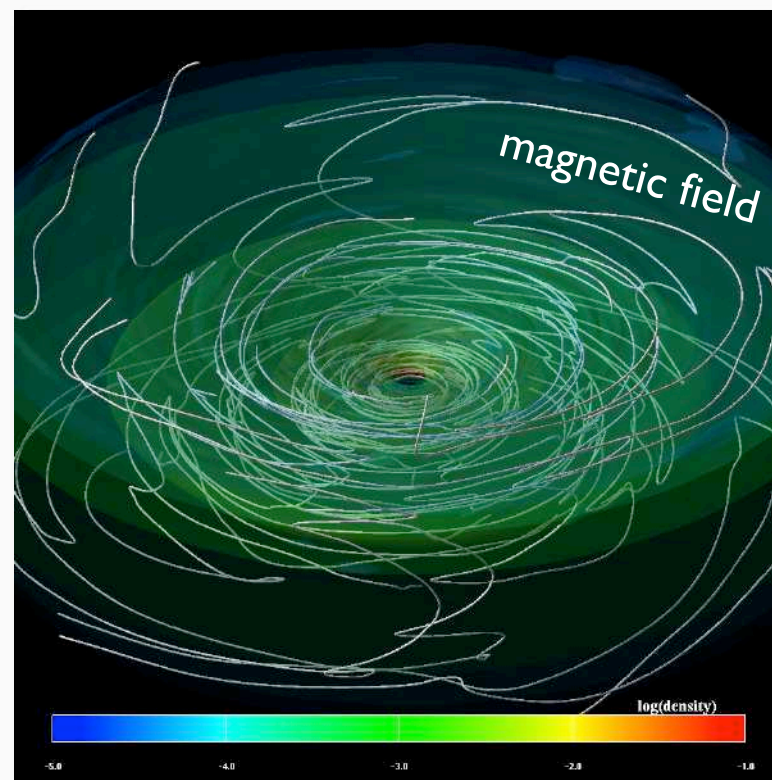


# 円盤MHDシミュレーション

- 円盤はどのくらい乱流的なのか
  - 乱流強度によって降着速度がきまる → ガス面密度を決める
  - 乱流強度はダストの成長過程に大きな影響を与える
- 古典的には、磁気回転不安定 (Magnetorotational Instability) によって磁気乱流が生成され、円盤は激しい乱流状態



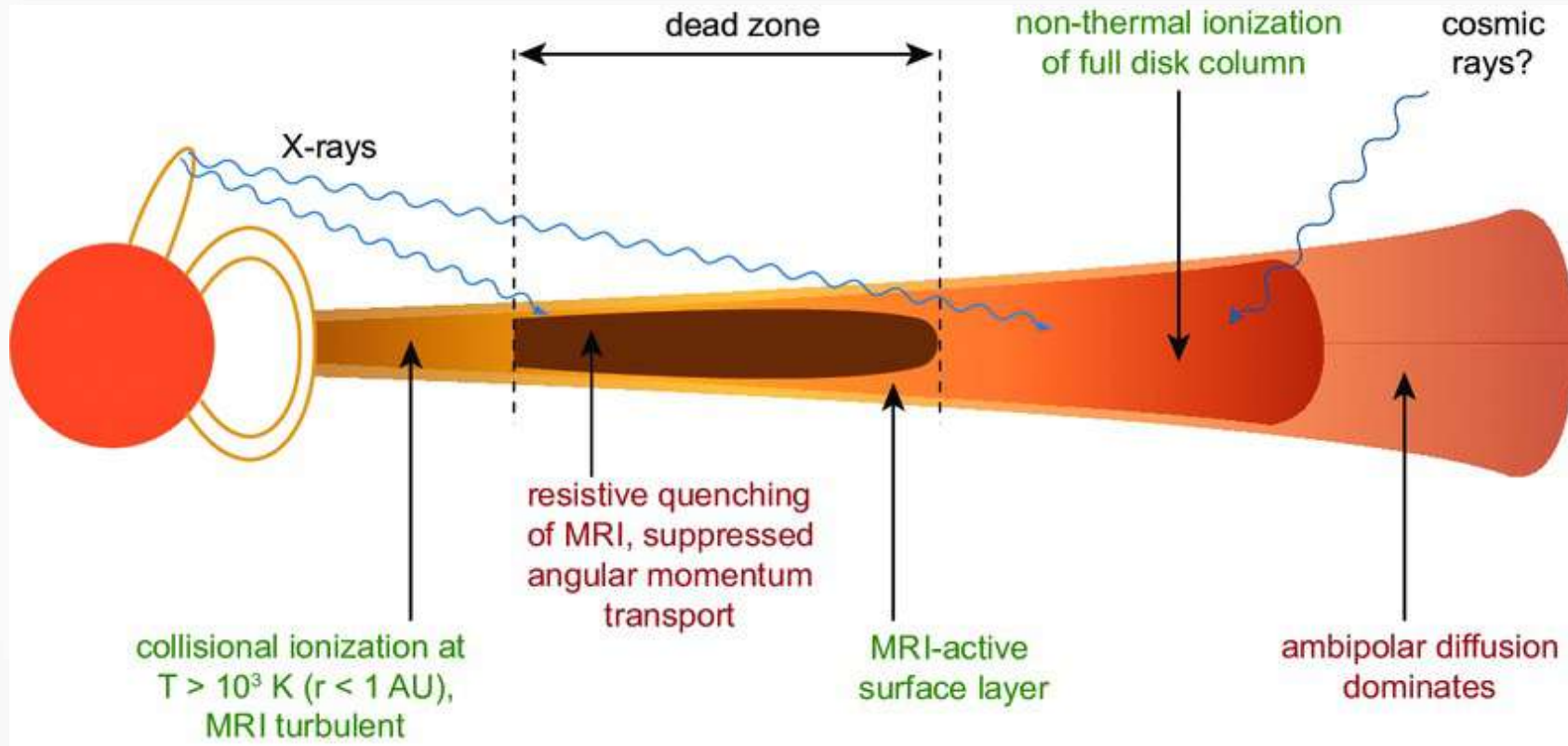
Huan et al. 2019



Suzuki & Inutsuka 2014

# 原始惑星系円盤の非理想MHD効果

- 原始惑星系円盤は弱電離環境
  - 電離領域では磁場とガスが結合
  - 高密度・低温なために、電離度がめちゃ低い領域がほとんど
    - 高密度領域：宇宙線や紫外線が到達できない
    - 低温領域：熱電離が起きない



原始惑星系円盤の電離構造

# 原始惑星系円盤の非理想MHD効果

- 電離度が低いとき、磁場とガスが独立に運動する(非理想MHD効果)
  - 電気伝導度  $\sigma$  は荷電粒子の数密度に比例
  - 抵抗  $\eta$  は  $\sigma$  に逆比例

原始惑星系円盤では非理想MHD効果を考慮することがとても大事

電流の定義

$$J = \sum_j \overset{\text{数密度}}{n_j} \overset{\text{荷電数}}{eZ_j} \overset{\text{平均速度}}{\langle \mathbf{v}_j \rangle}$$

荷電粒子の種類  $j$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$$

理想MHDの誘導方程式      オーム散逸      ただし  $\eta = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$

他にも中性粒子とイオンの速度差を考えると両極性拡散が現れたりする。

5

松本さんの講義スライド「磁気流体力学」5p. より

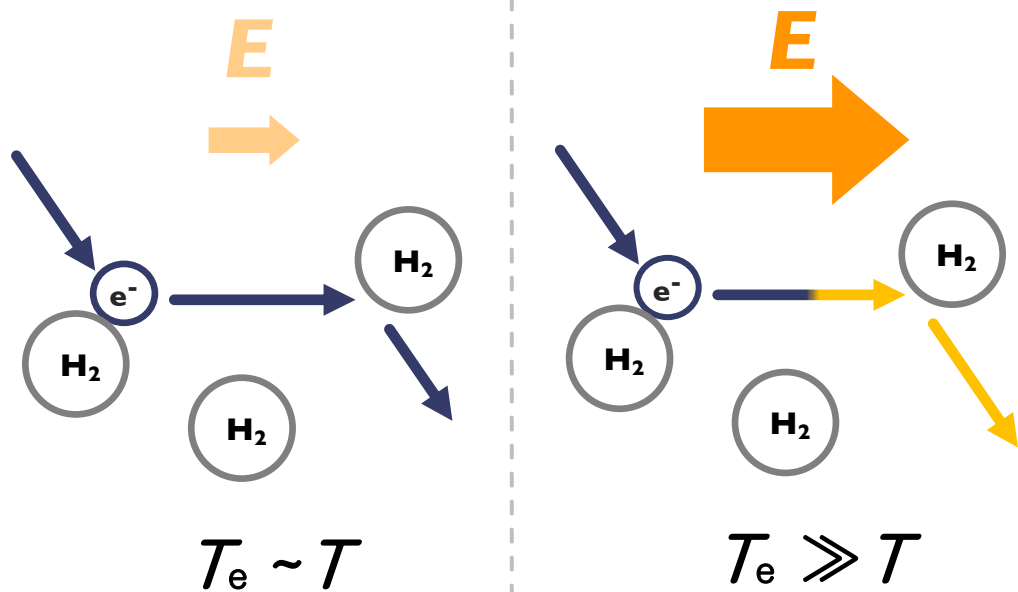
# 研究例 1

非線形なオーム則を用いたMHD計算  
(Mori et al. 2016)

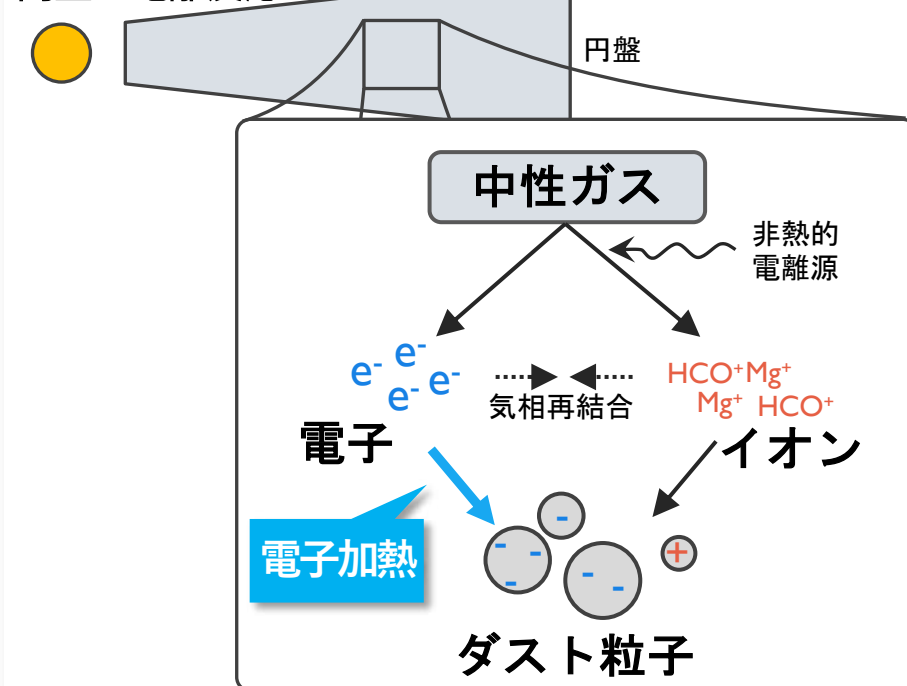
# 強い磁気乱流は電子を加熱しうる

- MRI由来の強電場が電子を加熱  
(電子加熱; Inutsuka & Sano 2005)
  - 加熱された電子はダスト粒子に頻繁に衝突し吸収される
    - 電子存在度が減少 (Okuzumi & Inutsuka 2015)
    - 電気抵抗が増加 (電気伝導度が減少)
- MRI乱流は自身の電場によって磁気乱流を抑制してしまうのでは？

電子加熱の概念図

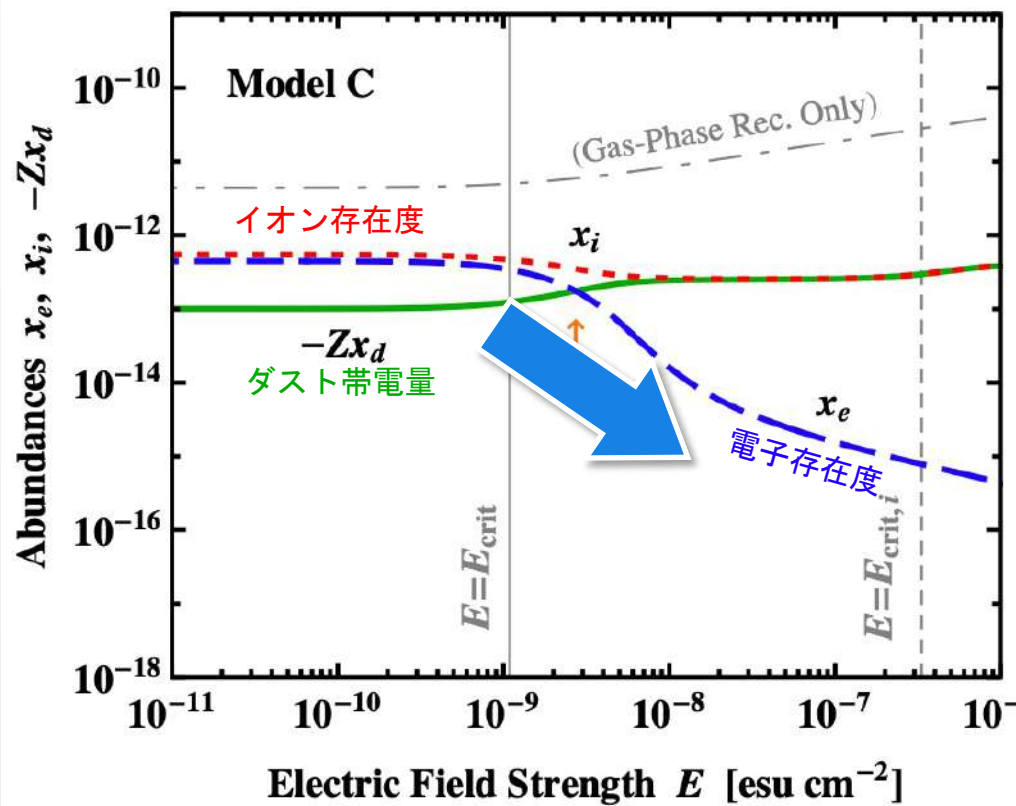


円盤の電離反応

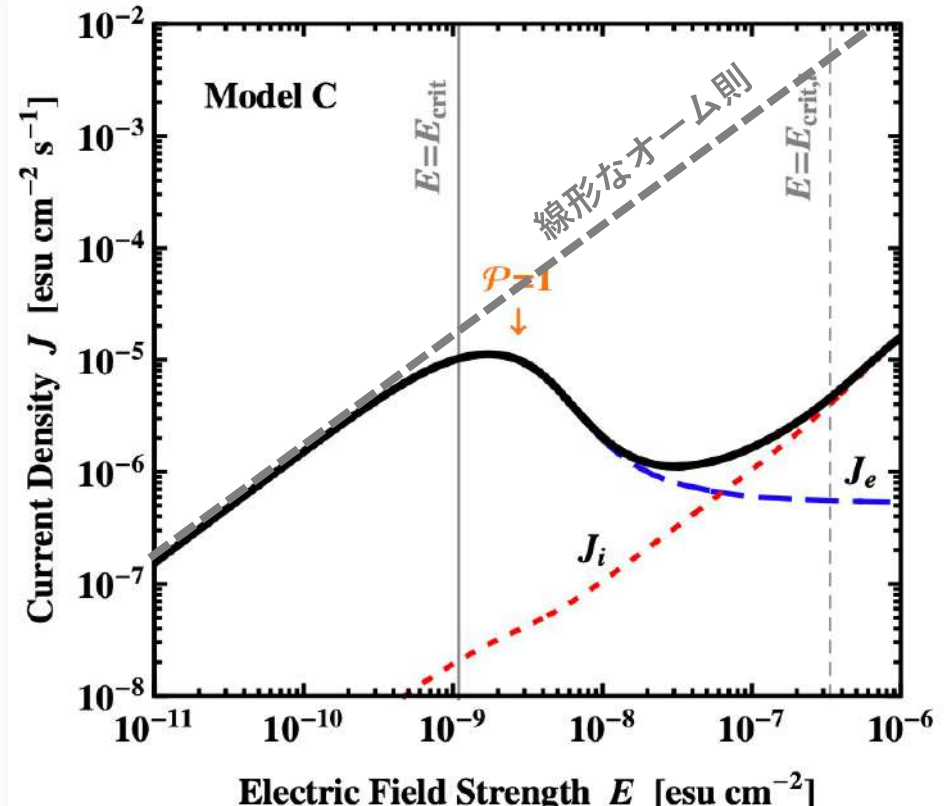


# 電子加熱による非線形なオーム則

- 電気伝導度が電場の値に依存するため、オームの法則が非線形になる
  - $J = \underline{\sigma(E)} E$
- この効果を考慮して、どのくらいMRIが自己抑制するか見たい！
  - MHD方程式では、磁場構造から電流  $J$  を与え、オームの法則を使って電場  $E$  を与える
  - しかし、ある電流に対しとりうる電場の値が3個になってしまう...



Okuzumi & Inutsuka 2015



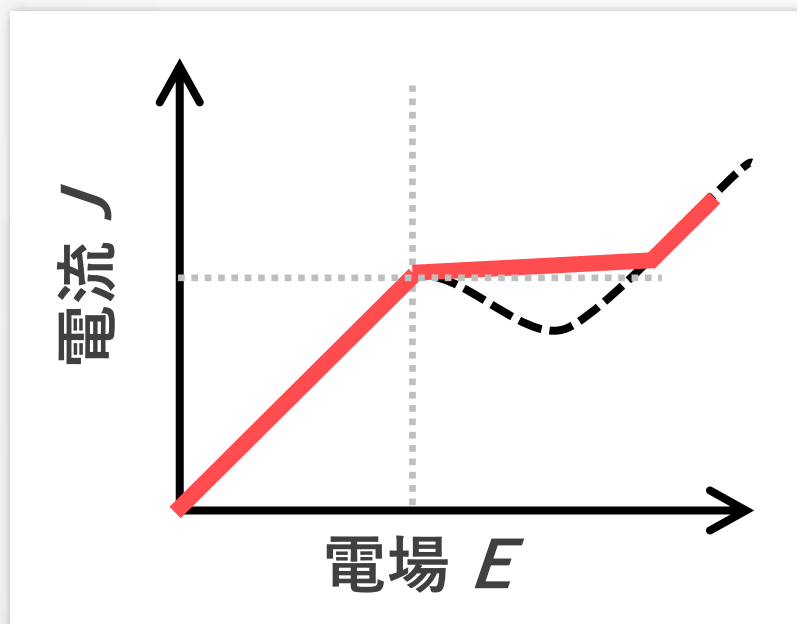
Okuzumi & Inutsuka 2015

# どうやってモデル化・実装したか

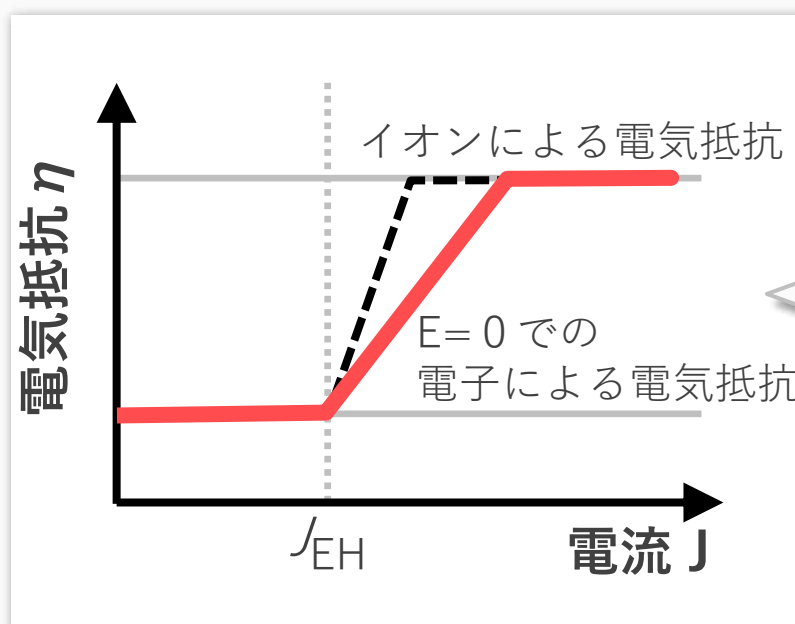
- 3価にならないように電気伝導度(電気抵抗)の電場依存性を緩くした
  - 完璧ではないけど、電場(電流)が上昇するにつれ抵抗が上がる効果は考慮できている

最低限考慮する物理過程は模擬しつつも、  
シミュレーションが実行できるようにうまくモデル化することはしばしば必要

今回使用する“オームの法則”



電場依存する電気伝導度

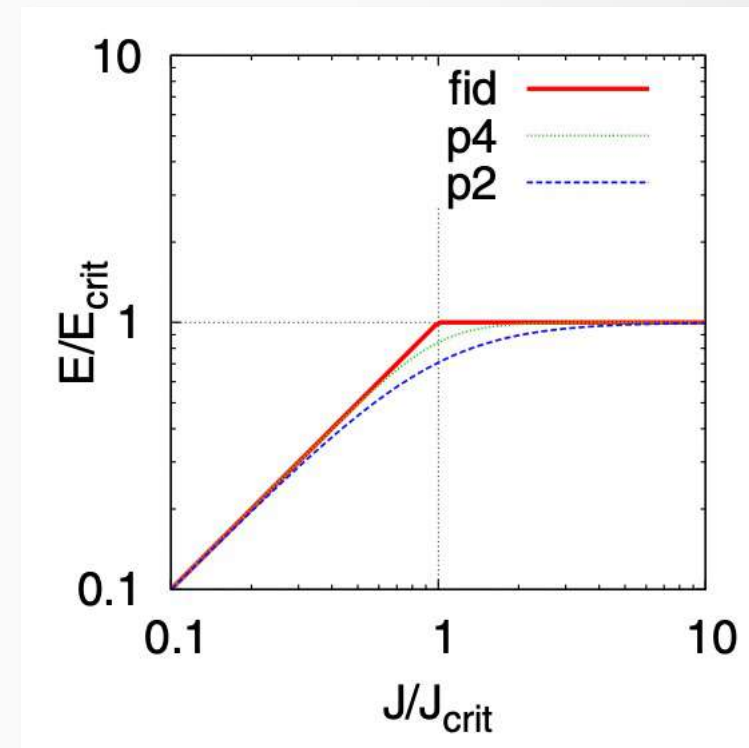


$dJ/dE < 0$  となるところで  
 $E = \eta J, J \propto E^{-1} \rightarrow \eta \propto E^2$   
のようになるところを  
 $J \propto E^0 \rightarrow \eta \propto E^1$   
としている、ことに対応

# 初めてのMHDシミュレーション

- athena (Stone et al. 2008)を使用
  - 基本的な使い方を富田さんから教わった
  - 村主崇之さんからproblemファイルをいただいた
    - 磁気乱流中の”雷”を模擬するため、オームの法則を変えた計算をしていた
  - athena++のようにproblemファイルを作成し、それを読み込んでコンパイルする
- ユーザーが定義できる抵抗の関数があるのでそれを(ほんの少し)いじった
  - こういうの

```
void get_eta_user(GridS *pG, int i, int j, int k,  
                  Real *eta_0, Real *eta_H, Real *eta_A)
```

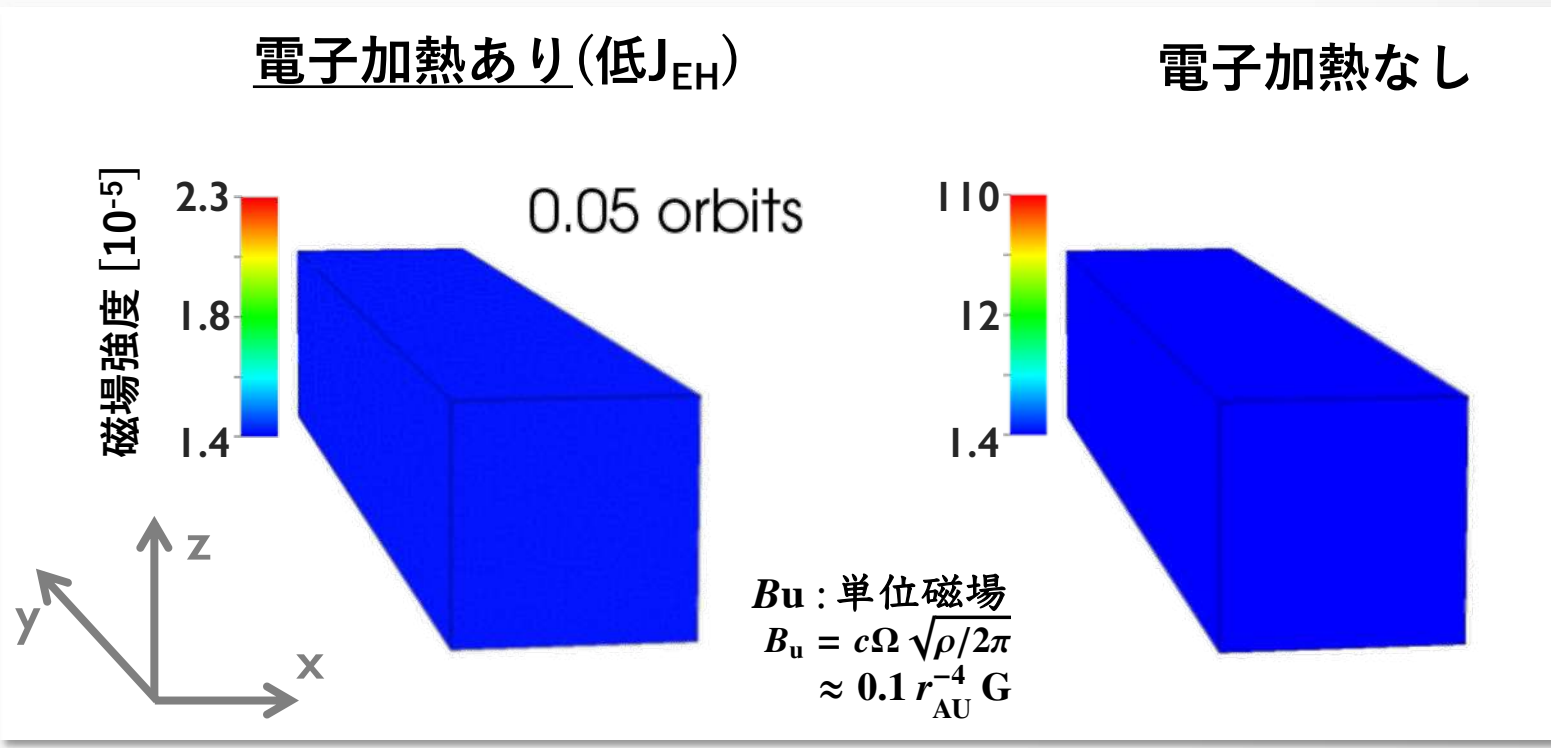
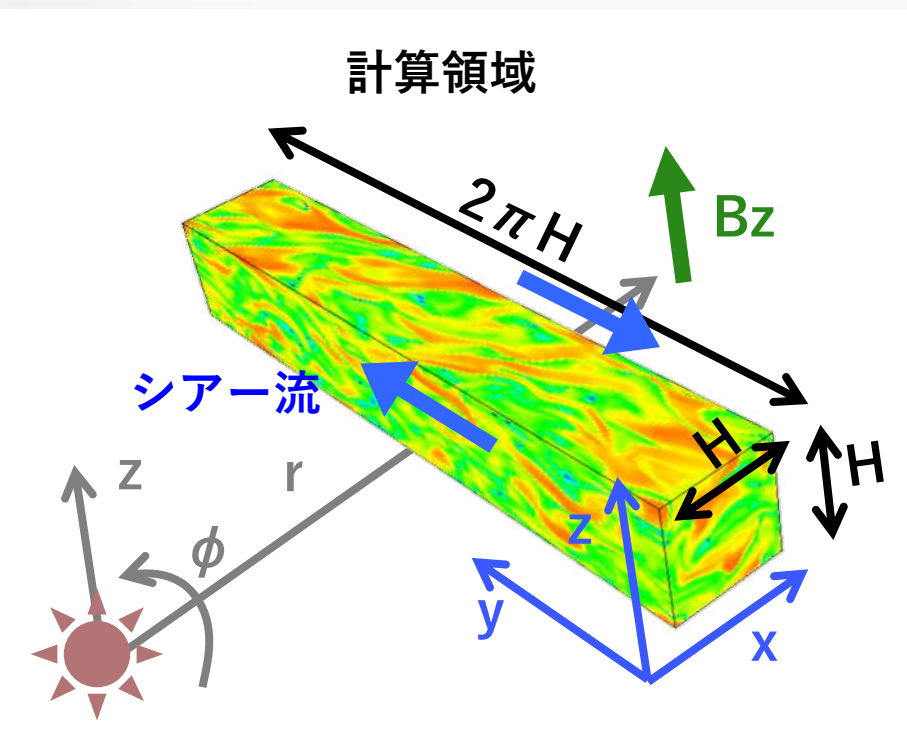


Muranushi et al. 2012

やりたい計算と似たような計算をやっている人がいれば、共同研究としてコードやproblemファイルをいただき、という選択肢もある

# 計算結果

- 計算はローカルシアリングボックスで行う
  - ケプラー円盤中のあるすごく狭い領域を切り出した計算領域
  - 局所的な現象を見る上では非常に役立つ
- 電子加熱を考慮することでMRIの自己抑制が起きていることを確認

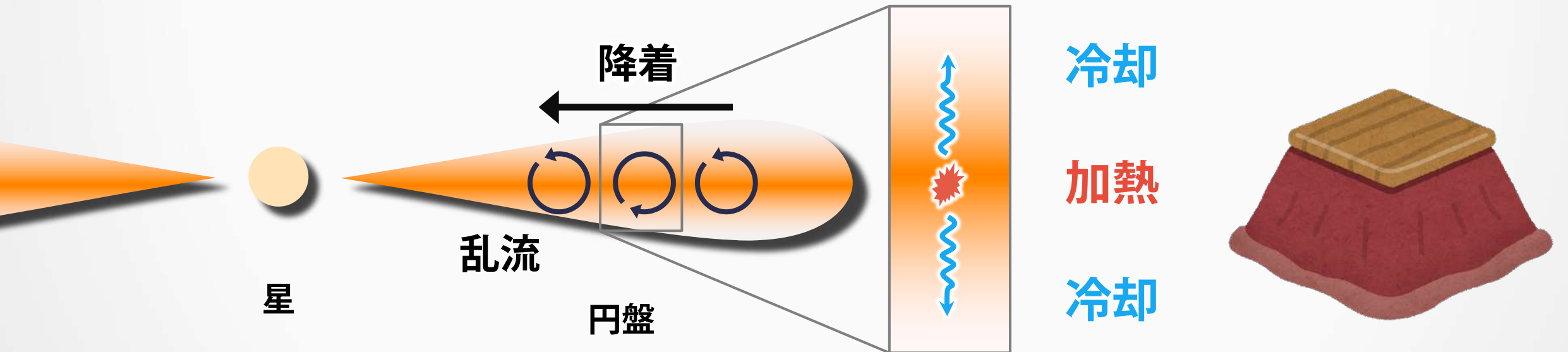


## 研究例 2

非理想MHDシミュレーション  
から明らかにする円盤の温度構造  
(Mori et al. 2019; current research)

# モチベーション 「いつどこで地球(型惑星)は形成したのか？」

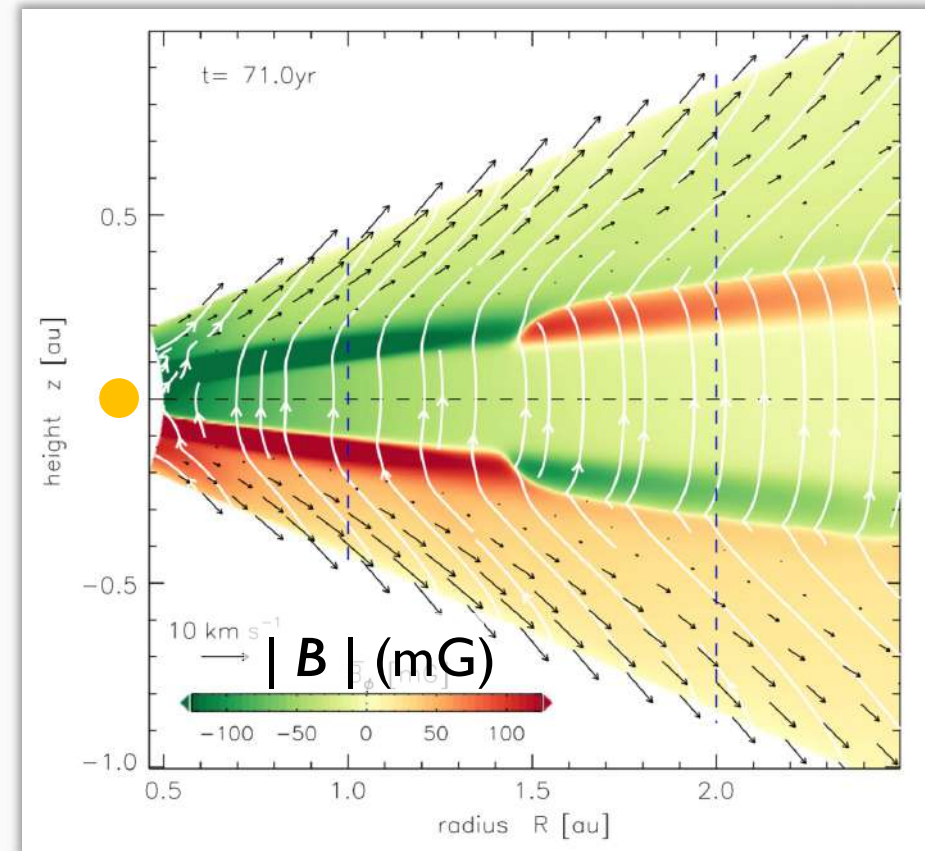
- 地球の含水率は非常に低く、スノーラインで形成  
→ 円盤の温度進化を正確に求めることが大事！
- 古典的にはMRI乱流的な円盤を想定。エネルギー散逸が乱流によって起きる  
→ 効率よく円盤を加熱(こたつ効果)



# モチベーション 「いつどこで地球(型惑星)は形成したのか？」

- 非理想MHD効果を考慮すると数auでは静か(非乱流的)というのが最近の理解
  - 乱流がなかったら加熱の仕方も変わってくるし温度に影響ありうる
- 円盤の力学に基づいて円盤の加熱過程を理解しよう

## オーム散逸と両極性拡散を考慮したMHDシミュレーション



Gressel et al. (2015)

# 3つの非理想MHD効果

- 原始惑星系円盤では非理想MHD効果が全部効きうる

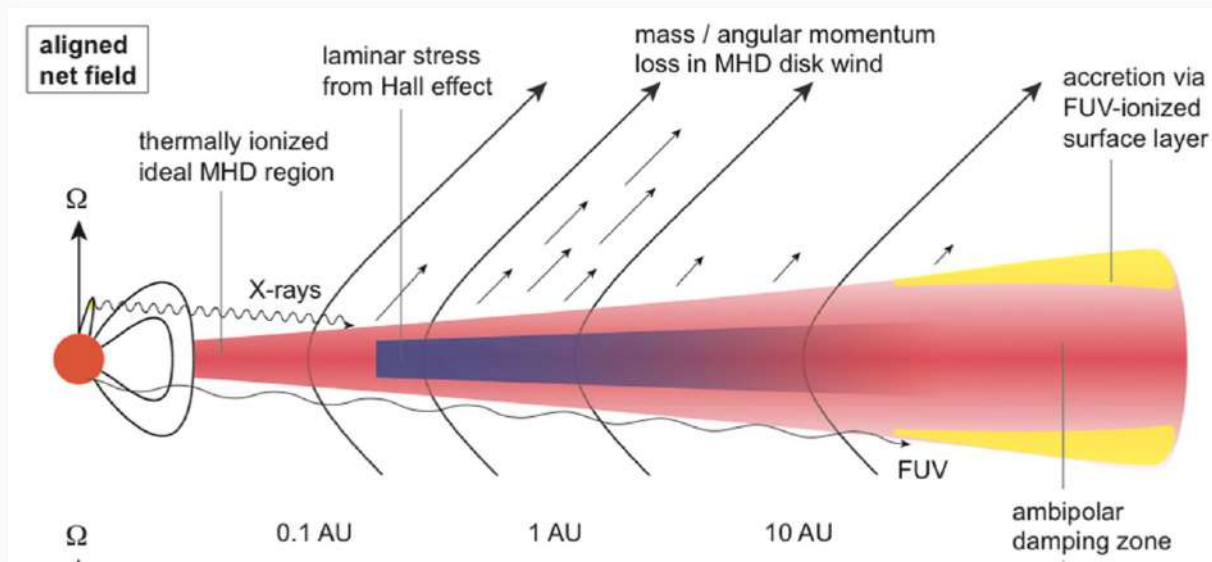
- オーム散逸・ホール効果・両極性拡散

- 「荷電粒子が磁場にどれくらいちゃんと巻き付いてるか」を考慮したオームの法則

$$\mathbf{J} = \sigma_{\text{O}} \mathbf{E}'_{\parallel} + \sigma_{\text{H}} \hat{\mathbf{B}} \times \mathbf{E}'_{\perp} + \sigma_{\text{P}} \mathbf{E}'_{\perp}$$

- 非理想MHD効果を考慮した誘導方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times \left[ \eta_{\text{O}} \nabla \times \mathbf{B} + \eta_{\text{H}} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \hat{\mathbf{B}} + \eta_{\text{A}} (\nabla \times \mathbf{B})_{\perp} \right]$$

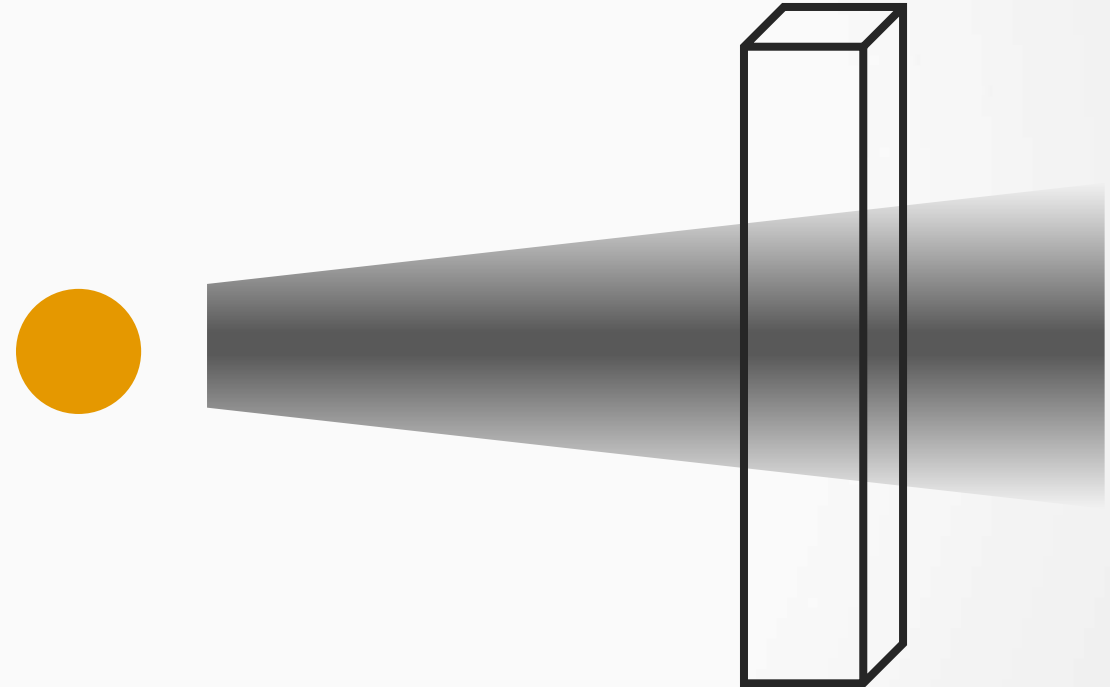


# MHDシミュレーションをしようと思ったが...

- 成層構造ありの局所シアリングボックスの問題から始めた
  - 鉛直方向に密度構造のある計算
- しかしz方向の境界付近で計算が破綻する
  - 密度フロアを色々変えて計算してみたり
  - でもなかなか上手くいかない
- 困ったのでXuening Bai氏に相談、一緒に研究をやることに
  - 彼の修正が入ったathenaをもらう
  - 安定に計算できるようになった
    - 密度フロアの入れ方を工夫してるっぽい

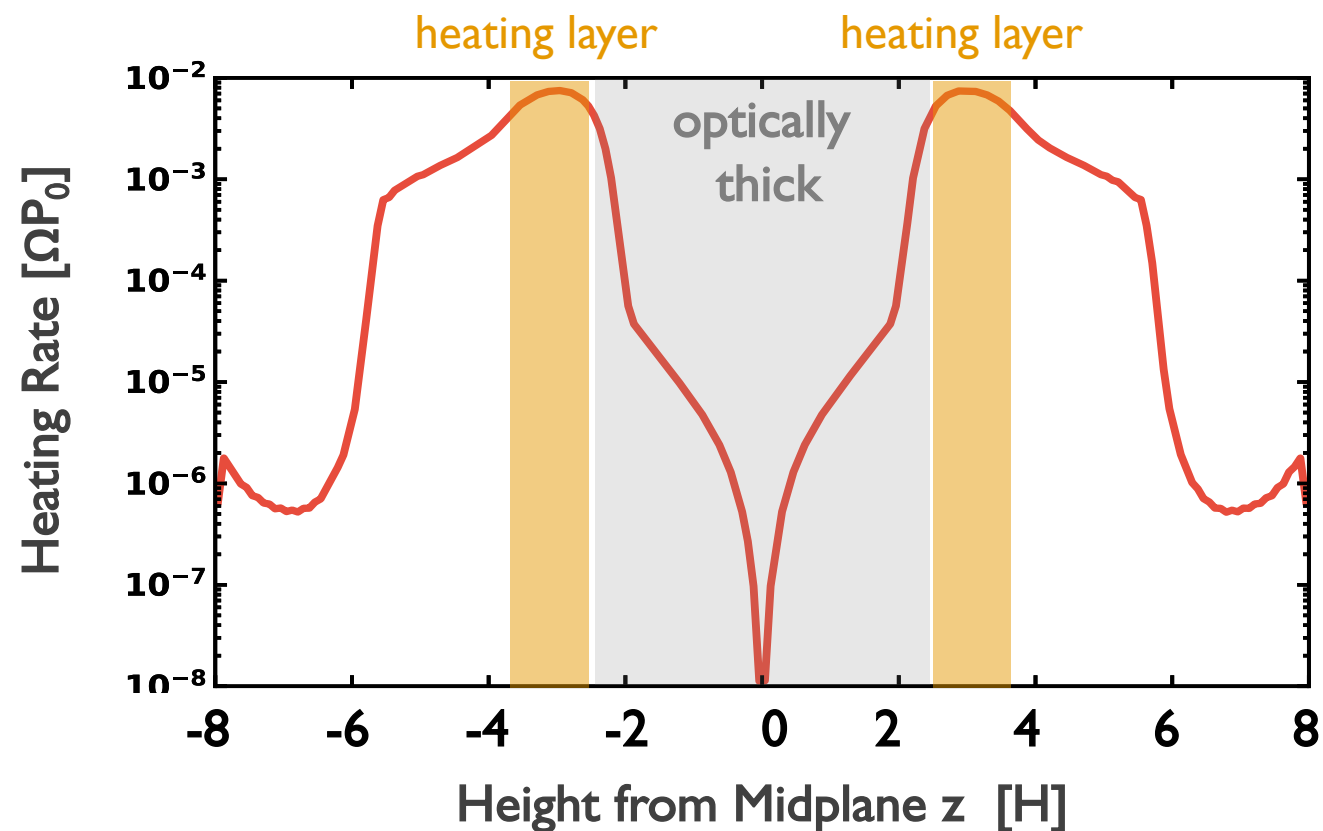
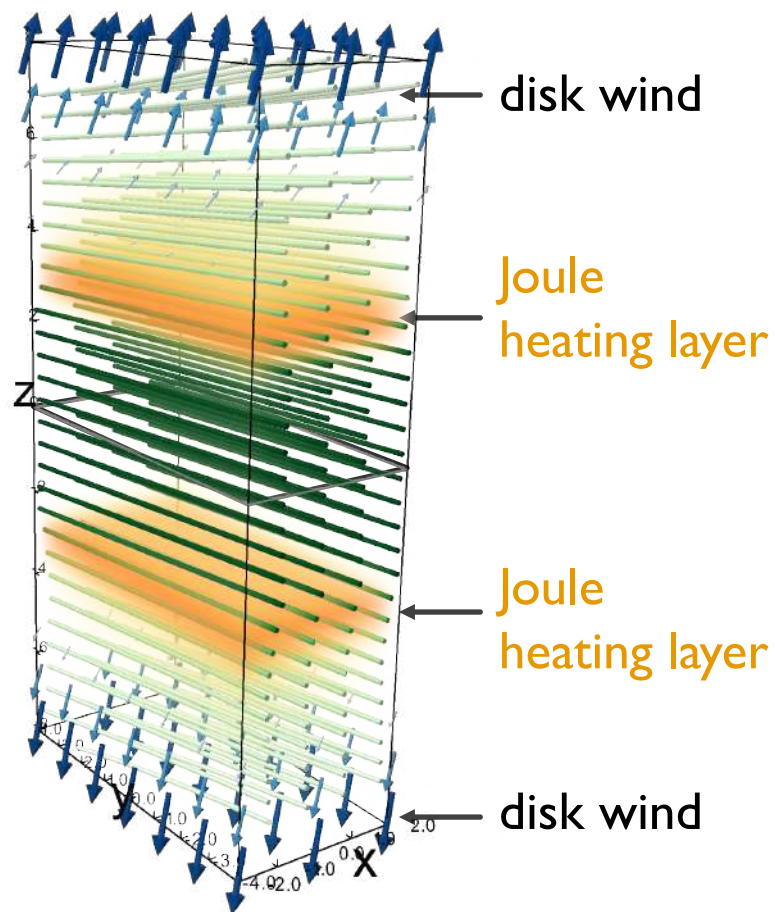
詳しい人に助けを求めることも大事

こういう計算領域



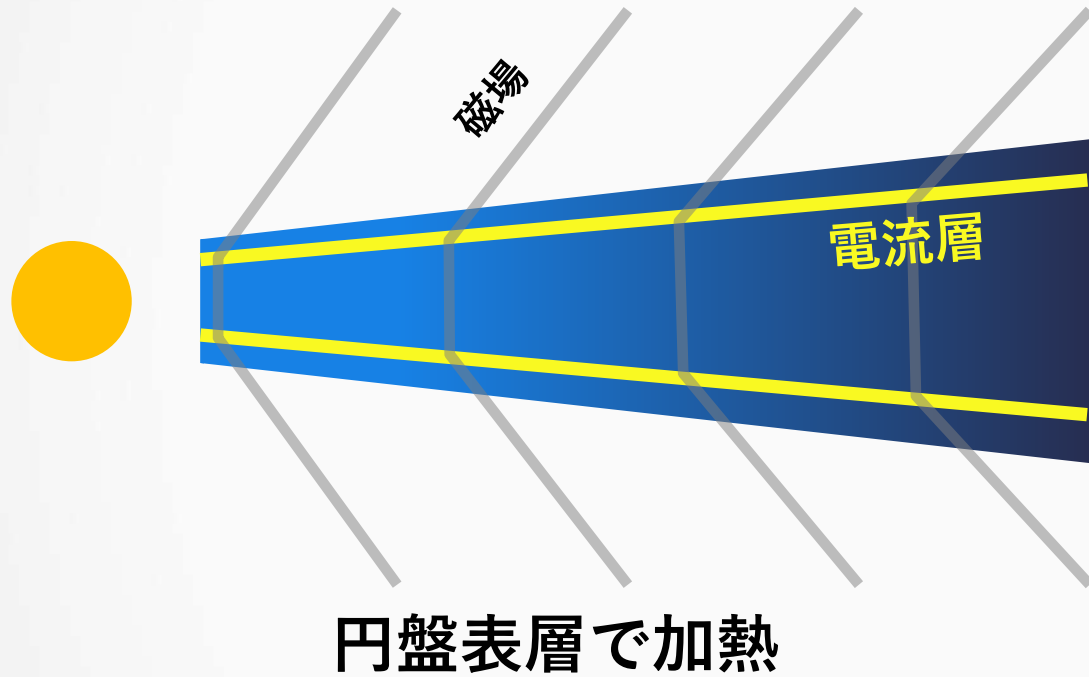
# 結果：加熱率の鉛直分布

- 円盤表層で加熱が起きることがわかった！
  - 赤道面付近は両極性拡散・オーム散逸によって、電流が流れない



# シミュレーションから分かったこと

## MHD降着円盤



## 古典乱流円盤



# シミュレーション結果から温度モデルへ

- シミュレーションの結果を考慮した長期間シミュレーションをしたい

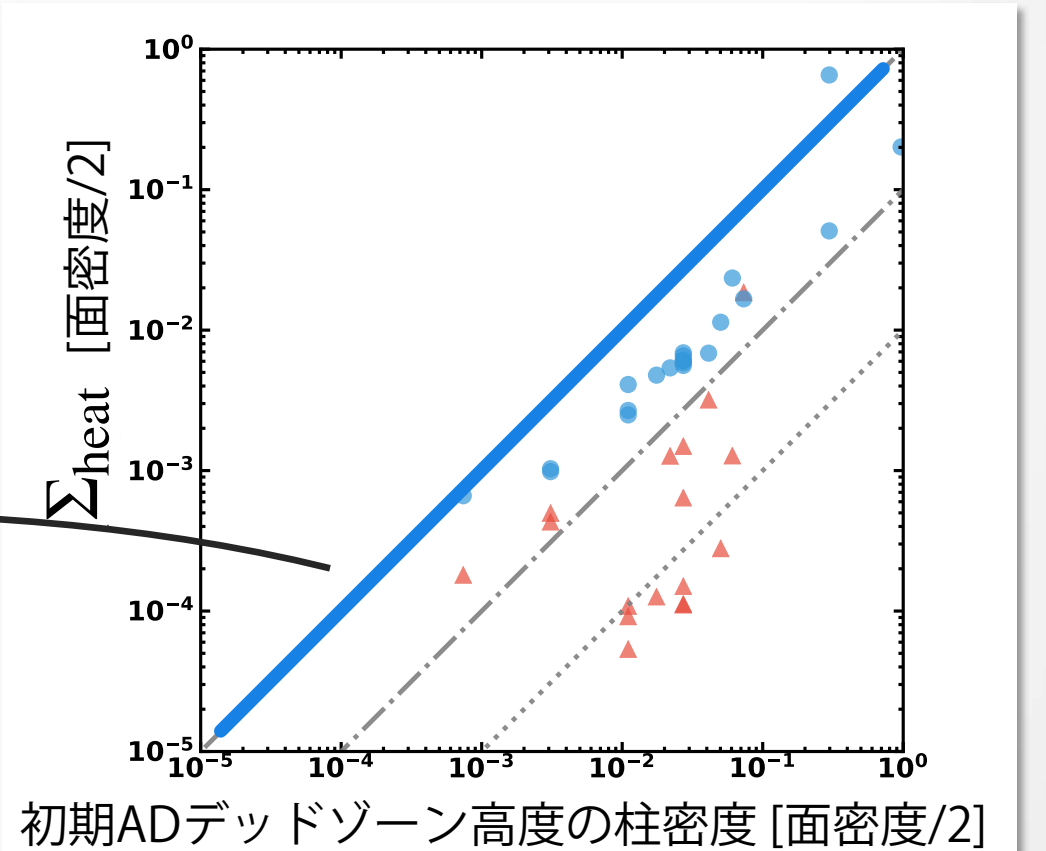
流体シミュレーションの結果をモデル化することで、  
複雑な物理過程を考慮した長時間・大局的シミュレーションができる

円盤風駆動降着時の温度  
(Mori et al. 2021)

$$T_{\text{acc, MHD}} \approx \left( \frac{3\dot{M}\Omega^2 f_{\text{heat}}}{32\pi\sigma_{\text{SB}}} \right)^{1/4} \left( \tau_{\text{heat}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^{1/4}$$

$$\tau_{\text{heat}} = \kappa_{\text{R}} \Sigma_{\text{heat}}$$

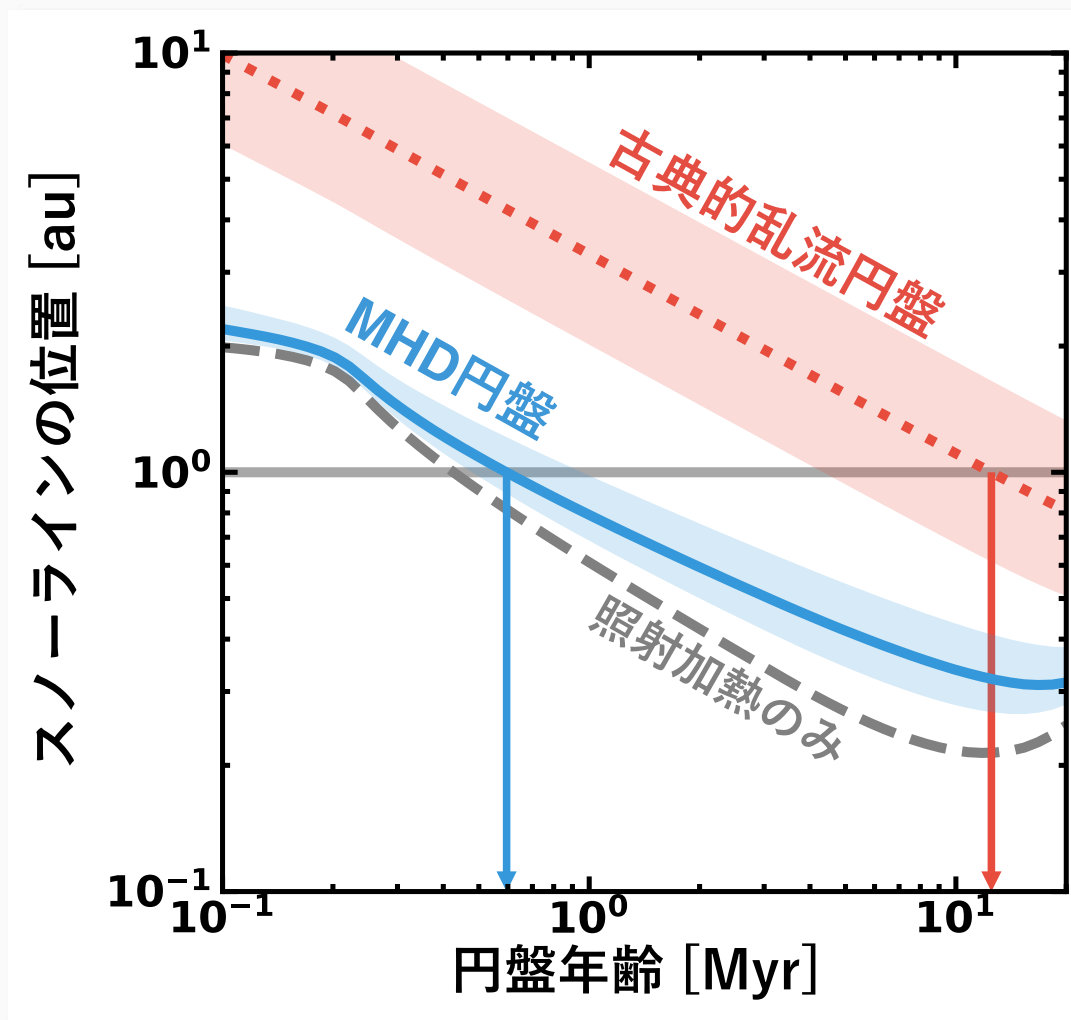
シミュレーション  
しないと分からない量  
↓



↑ シミュレーションの初期条件から与えられる量

# スノーラインの時間進化

- スノーラインは非常に早い段階で1au付近に到達していたと予想される
- (現在の位置で形成したとすると)地球は0.6Myrまでに作らないといけない



# 電離度とMHDを同時に進化させるには

- 抵抗テーブルを使って、毎時刻 抵抗分布を計算する
  - 電離率・密度などをインプットにし、抵抗がアウトプットになるようなテーブル
  - 電離率は上層からの柱密度に依存(後述)
- 電離度テーブルの作りかた
  - 電離率・密度を仮定し 平衡状態の電離反応を解いて、電子・イオン存在度を求める。
  - 抵抗を計算する。
  - それを幅広い電離率・密度範囲で行う。
  - 得られた結果をテキストファイルにまとめる。
    - 例えば 1列目：電離率、 2列目：密度、 3列目：オーム抵抗係数 ...
- 柱密度は水平平均した鉛直方向の密度分布をもとに計算
  - その平均化された密度分布の計算は各メッシュブロックで行う。  
メッシュブロック間で通信を行って、データを共有する。

## 研究例 3

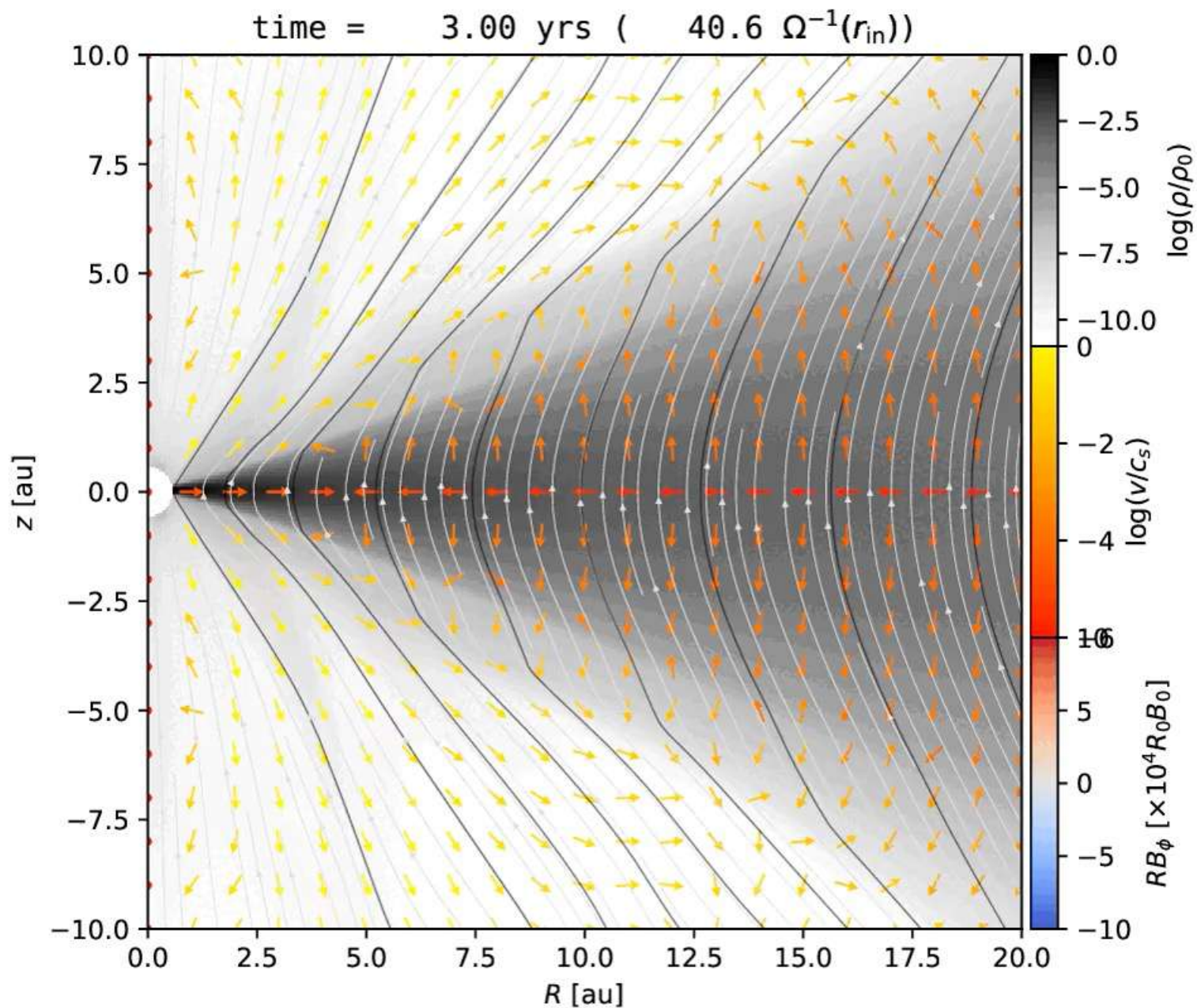
athena++による  
大局的非理想MHDシミュレーション

# 大局的な構造を考慮して温度分布を調べたい

- athena++による球座標・2次元・理想MHDシミュレーション
- X. Bai氏からコードとproblemを頂く
  - 電離度計算のためのray tracingとホール効果が実装されてる
- いただいたコードでもテストはする
  - 磁場なし
  - 磁場あり
  - 磁場あり・オーム散逸あり・両極性拡散あり
  - 磁場あり・オーム散逸あり・両極性拡散あり・ホール効果あり
- コードを貰ったら、一つずつ基本的なテストを積み重ねて確認しながらそのコードを理解していく
  - (信用してはいけない)

# テスト計算

- (準)定常状態が現れることを確認



まとめ

# まとめ

---

- 原始惑星系円盤の物理構造を理解することが惑星形成の解明に不可欠  
→ MHDシミュレーションから円盤の物理構造を予測する
- 原始惑星系円盤では非理想MHDの効果を検討することが大事
- 研究例
  - その1：非線形なオーム則を用いたMHDシミュレーション
  - その2：加熱構造を明らかにするための非理想MHDシミュレーション
  - その3：athena++による大局的非理想MHDシミュレーション
- 周りのいろいろな人を頼るということも大事